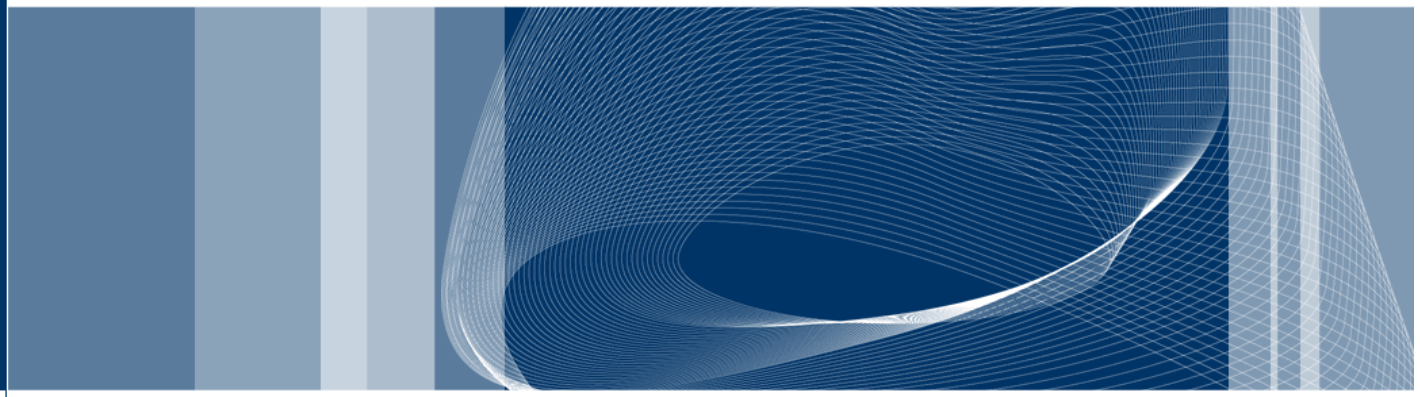
POLITECNICO DI MILANO



Matlab: Ricorsione e Variabili Funzione

Informatica B

Daniele Loiacono

Ricorsione

Ricorsione

- Che cos'è la ricorsione?
  - Un sottoprogramma P richiama se stesso (ricorsione diretta)
  - Un sottoprogramma P richiama un'altro sottoprogramma Q che comporta un'altra chiamata a P (ricorsione indiretta)
- A cosa serve?
  - È una tecnica di programmazione molto potente
  - Permette di risolvere in maniera elegante problemi complessi

Programmazione ricorsiva

- Per risolvere un problema attraverso la programmazione ricorsiva sono necessari alcuni elementi
  - **Caso base**: caso elementare del problema che può essere risolto immediatamente
  - **Passo ricorsivo**: chiamata ricorsiva per risolvere uno o più problemi più semplici
  - **Costruzione della soluzione**: costruzione della soluzione sulla base del risultato delle chiamate ricorsive

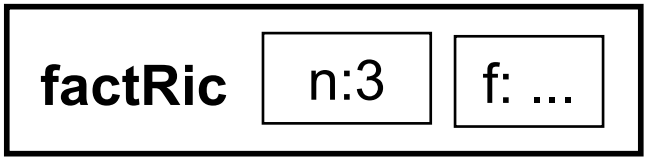
Esempio: il fattoriale

- Definizione:
  f(n) = n! = n*(n-1)*(n-2)*…*3*2*1
- Passo ricorsivo:
  f(n) = n*f(n-1)
- Caso base:
  f(0)=1

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```

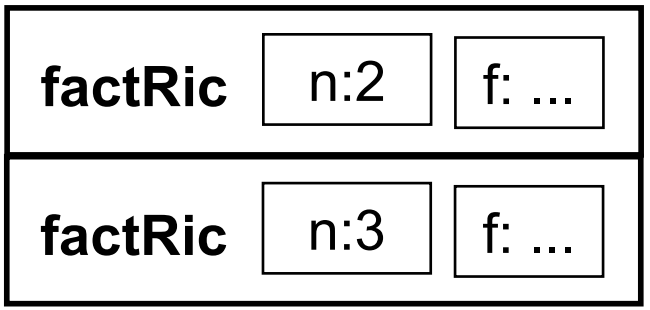
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



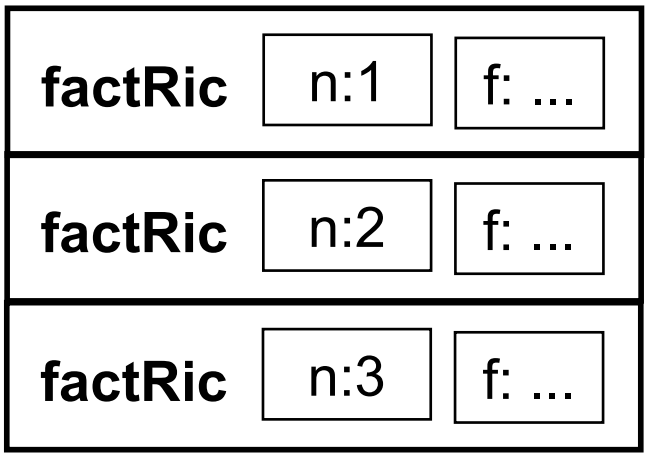
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



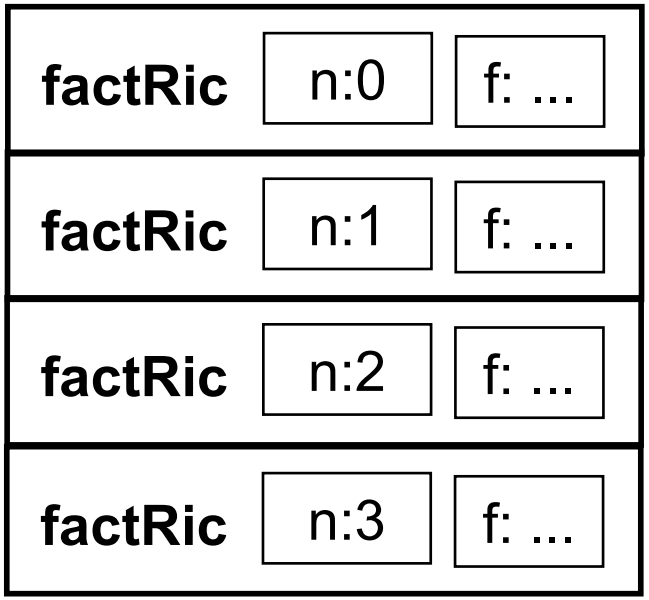
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



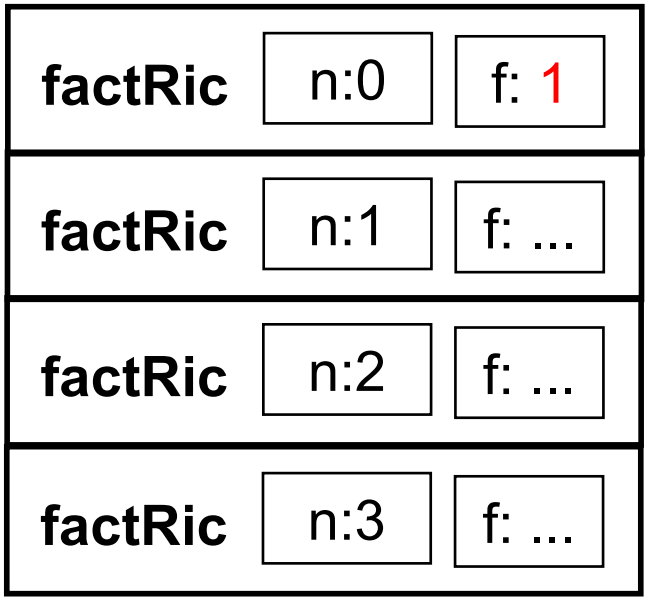
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



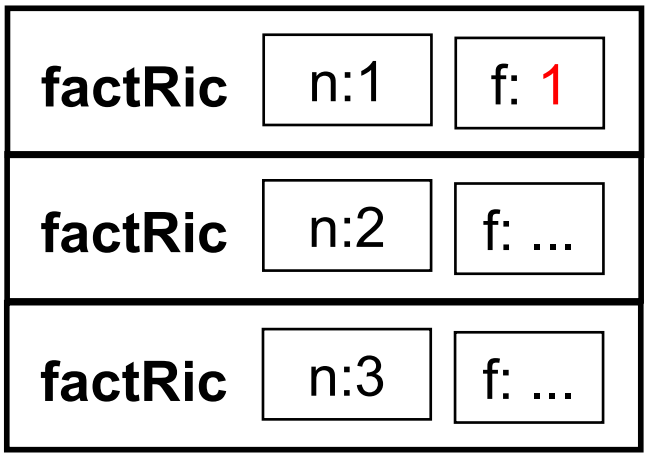
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



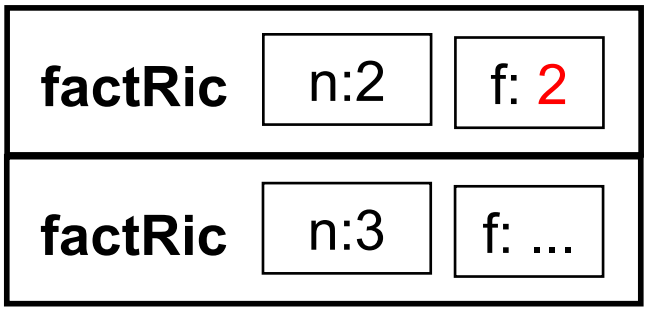
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



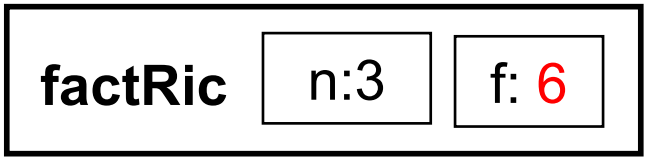
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



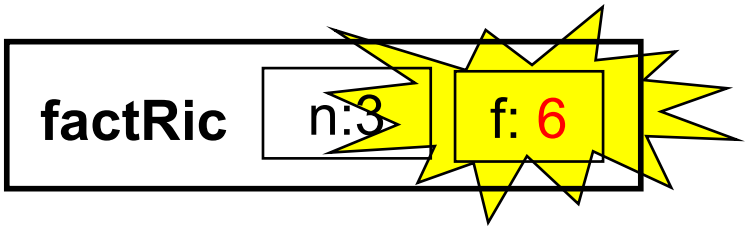
Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



Funzionamento ricorsione

```
function [f]=factRic(n)
  if (n==0)
      f=1;
  else
      f=n*factRic(n-1);
  end
```



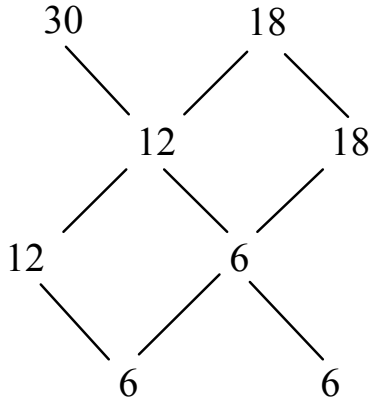
Esempio: Fibonacci

- È una sequenza di numeri interi in cui ogni numero si ottiene sommando i due precedenti nella sequenza. I primi due numeri della sequenza sono per definizione pari ad 1.
  - $f_1 = 1$ (caso base)
  - $f_2 = 1$ (caso base)
  - $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ (passo ricorsivo)

```
function [fib]=FiboRic(n)
  if n==1 | n==2
      fib=1;
  else
      fib=FiboRic(n-2)+FiboRic(n-1);
  end
```

Esempio: MCD

- Algoritmo di Euclide
  - se m = n, MCD(m,n) = m (caso base)
  - se m > n, MCD(m,n) = MCD(m-n,n) (caso risorsivo)
  - se m < n, MCD(m,n) = MCD(m,n-m) (caso risorsivo)
- Esempio: MCD(30,18)



Esempio: MCD

- Algoritmo di Euclide
  - se m = n, MCD(m,n) = m (caso base)
  - se m > n, MCD(m,n) = MCD(m-n,n) (caso risorsivo)
  - se m < n, MCD(m,n) = MCD(m,n-m) (caso risorsivo)
- Implementazione

```
function [M]=MCDeuclidRic(m,n)
  if m==n
      M=m;
  else
      if m>n
          M = MCDeuclidRic(m-n,n);
      else
          M = MCDeuclidRic(m,n-m);
      end
  end
```

Problemi nell'uso della ricorsione

- Terminazione della catena ricorsiva
  - È presente il caso base?
  - Viene raggiunto sempre dalla catena di chiamate ricorsive?
  - Esempi

```
function [f]=factRic(n)
     f=n*factRic(n-1);
```

Catena infinita di chiamate con argomento decrescente

```
function [f]=factRic(n)
     …factRic(n);
```

Catena infinita di chiamate identiche

Problemi nell'uso della ricorsione

- Uso della memoria
  - La programmazione ricorsiva comporta spesso un uso inefficiente della memoria per la gestione degli spazi di lavoro delle chiamate generate
  - In alcuni casi viene comunque preferita ad altri approcci per la sua eleganza e semplicità
  - In altri casi, si può ricorrere ad implementazioni iterative
  - Esempio

```
function [fl]=Fiblist(n)
  fl(1)=1;
  fl(2)=1;
  for k=3:n
      fl(k)=fl(k-2)+fl(k-1);
  end
```

Funzione iterativa che calcola i primi n numeri di fibonacci

Variabili funzione

Variabili funzioni

- Matlab permette di assegnare a variabili valori di tipo "funzione"
- Un valore di tipo funzione può essere assegnato a una variabile (quindi passarlo come parametro), detta handle
- L'handle può essere applicato a opportuni argomenti per ottenere una invocazione della funzione

Assegnamento di un valore di tipo funzione

- Handle di una funzione esistente

  f = @nome_funzione

  - Esempio

```
>> seno=@sin
seno = @sin
>> seno(pi/2)
ans = 1
```

- Handle di una funzione definita ex-novo

  f = @(x,y…)<expr>

  - x,y,… sono i parametri della funzione
  - <expr> è un'espressione che calcola il valore della funzione
  - Esempio

```
>> sq=@(x)x^2
sq = @(x)x^2
>> sq(8)
ans =  64
```

Funzioni di ordine superiore

- Se un parametro di una funzione **f** è un handle (cioè contiene un valore di tipo funzione) allora **f** è una **funzione di ordine superiore**
- L'handle passato come parametro consente ad **f** di invocare la funziona passata
- Esempio: funzione map che applica una funzione f a tutti gli elementi conetenuti nel parametro vin e ritorna i risultati in vout

```
function [vout]=map(f, vin)
    for i=1:length(vin)
        vout(i)=f(vin(i));
    end;
```

handle

Invoca la funzione passata come argomento

```
>> A=[1,2,3,4,5,6];
>> map(sq,A)
ans = 1  4  9  16  25  36
```

Esempio: funzione accumulatore

- Funzione accumulatore: `[x] =acc(f, a, u)`
  - applica cumulativamente l'operazione binaria f (con elemento neutro u) a tutti gli elementi di a:

f(…f(f(f(u,a(1)),a(2)),a(3))…,a(length(a)))

```
function [x]=acc(f, a, u)
    x=u;
    for i=1:length(a)
        x=f(x, a(i));
    end
```

- Funzione sommatoria: `function [s]=sommatoria(a)`
  - calcola la sommatoria degli elementi di a

```
function [s]=sommatoria(a)
    som=@(x,y)x+y;
    s=acc(som,a,0);
```